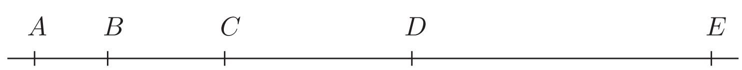
**РЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«СТРОИТЕЛЬНЫЕ КАДРЫ ПОВОЛЖЬЯ»
2010 год**

ЗАОЧНЫЙ ИНТЕРНЕТ-ТУР: МАТЕМАТИКА В АРХИТЕКТУРЕ, СТРОИТЕЛЬСТВЕ И ДИЗАЙНЕ, 11 КЛАСС

Определение 1 *Золотое сечение — это деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок относится к большей части, так же как как большая часть относится к меньшей.*

Определение 2 *При делении отрезка в отношении золотого сечения возникают два неравных отрезка. Больший из них называется мажором золотого сечения, меньший — его минором.*

Определение 3 *Последовательность точек, расположенных на прямой, называется рядом золотого сечения, если каждые три соседних точки образуют отрезок, разбитый средней точкой в отношении золотого сечения.*



При движении по этому ряду в одну сторону каждый последующий отрезок будет мажором по отношению к предыдущему, и тогда говорят, что построен восходящий ряд золотого сечения. При движении в другую сторону каждый последующий отрезок будет минором, и тогда говорят, что построен нисходящий ряд.

Задание 1

1. При помощи циркуля и линейки разделить данный отрезок в отношении золотого сечения.

2. Описать алгоритм построения (при помощи циркуля и линейки) восходящего ряда золотого сечения. Отталкиваясь от какого-либо отрезка, построить первые три ступени.

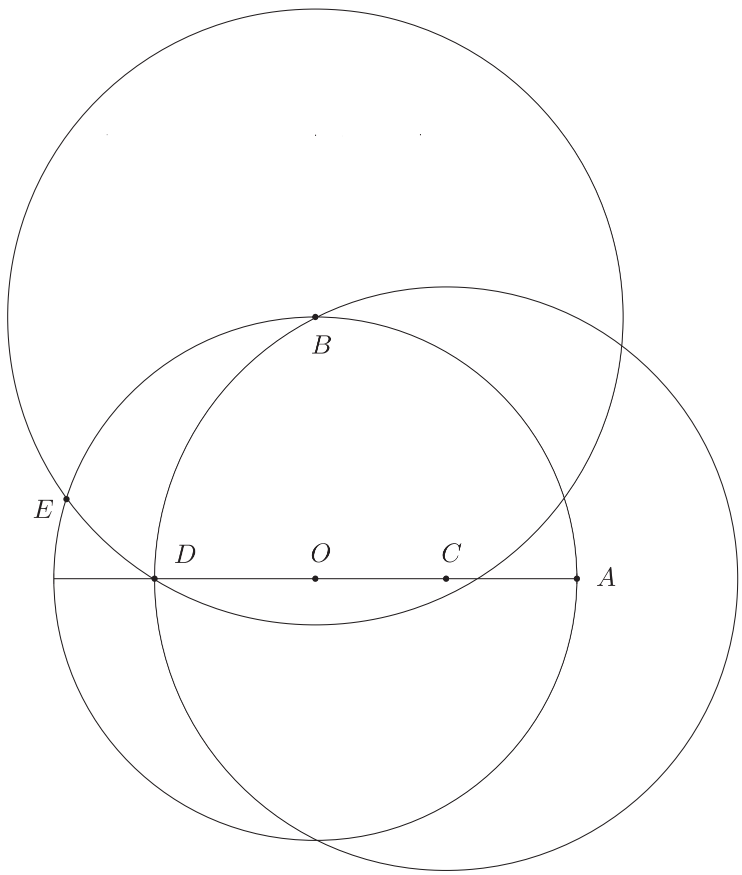
3. То же относительно нисходящего ряда.

Задание 2

1. Доказать, что диагонали правильного пятиугольника делят друг друга в отношении золотого сечения.

2. Отметим на окружности вершины правильного десятиугольника A_1, A_2, …, A_{10} и соединим их отрезками через две позиции, начиная с первой, а именно: вершину A_1 — с вершиной A_4, вершину A_4 — с вершиной A_7 и т. д. На десятом шаге этой процедуры мы вернемся в стартовую вершину A_1 и получим, тем самым, замкнутую десятизвеньевую ломанную $A_1A_2\ldots A_{10}$. Назовем смежными звеньями этой ломанной звенья, исходящие из соседних вершин, например, A_1A_4 и A_2A_5. Доказать, что смежные звенья ломанной $A_1A_2\ldots A_{10}$ пересекают друг друга в отношении золотого сечения.

Задание 3 В XVI веке немецкий художник и график Альбрехт Дюрер предложил следующий алгоритм построения правильного пятиугольника[1].



Строится окружность в центром в точке O. На окружности отмечается точка A и строится диаметр AO. Из точки O восстанавливается перпенди-

[1]Строго говоря, Дюрер не сам получил этот алгоритм, а лишь заимствовал его из рукописей древних греков. Тем не менее традиционно он приписывается именно Дюреру и носит его имя.

куляр до пересечения с окружностью в точке B. На радиусе OA отмечается середина C. Строится окружность с центром в точке C и радиусом CB и находится точка D ее пересечения с диаметром AO. Строится окружность с центром в точке B и радиусом BD и находится точка E ее пересечения с начальной окружностью. Точки B и E — две последовательные вершины правильного пятиугольника. Остальные получаются отложением радиусов BE на исходной окружности.

Надо сказать, современники не поверили Дюреру. Они считали, что данный алгоритм дает лишь приближенные положения вершин правильного пятиугольника, а не точные. Однако, они ошибались. Ваше задание состоит в том, чтобы доказать алгоритм Дюрера.