РЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«СТРОИТЕЛЬНЫЕ КАДРЫ ПОВОЛЖЬЯ»
2010 год

СЕКЦИЯ: МАТЕМАТИКА 11 КЛАСС

№	***Задание***
1.	Решить неравенство: $\dfrac{\log_3\left(2+2^{\lvert x\rvert}\right)}{\cos^2(x+y)} \le 1.$
2.	Решить уравнение: $x^2+2=4\sqrt{x^3+1}$.
3.	Каждый элемент возрастающей арифметической прогрессии есть двузначное число, разность между которым и двузначным числом, написанным теми же цифрами, но в обратном порядке, представляет точный куб натурального числа. Найдите разность этой арифметической прогрессии.
4.	Сечение путепроводного тоннеля есть прямоугольник, завершающийся аркой в форме полукруга. Периметр сечения тоннеля равен Р. Найти радиус арки, при котором площадь сечения является наибольшей.
5.	Доказать, что диагонали правильного пятиугольника пересекают друг друга в отношении золотого сечения. *<u>Справка.</u> Золотое сечение (золотая пропорция) – деление отрезка АС на две части таким образом, что большая его часть АВ относится к меньшей ВС так, как весь отрезок АС относится к АВ (АВ:ВС=АС:АВ). Приближенно это отношение равно* $\frac{5}{3}$ *, точнее* $\frac{8}{5}$, $\frac{13}{8}$ *и т.д. Пропорции золотого сечения используют в архитектуре и в изобразительных искусствах. Термин «золотое сечение» ввел Леонардо да Винчи.*
6.	Равнобедренная трапеция, периметр которой равен 48, а острый угол 60^0, расположена в плоскости α. Точка, одинаково удаленная от всех сторон трапеции, находится на расстоянии 3 от плоскости α. Найти расстояние от этой точки до сторон трапеции.
7.	Найти все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $$4x^2+4y^2+axy \ge x+y-\frac{1}{16}$$ верно для любых x и y, удовлетворяющих условию $\lvert x\rvert=\lvert y\rvert$.
8.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $$f(x)=\sin x\cos a\sin b+\sqrt{3}\sin x\sin a+\cos x\cos b$$ при всех *a* и *b*.
9.	В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу в отношении 2 : k. Найти в каком отношении делит гипотенузу высота, если k равно сумме всех значений параметра *a*, при которых уравнение $x^2-(2a+10)x+10a+1=0$ имеет целые корни.